

SCUOLA DI DOTTORATO DI RICERCA
SCIENZE STATISTICHE
Università degli Studi di Padova
Esame di ammissione al XXIII ciclo
Prova scritta (22/11/2007)

Il candidato svolga, con il dettaglio appropriato, sia la parte di base della traccia, Statistica di Base, sia la parte più specializzata della traccia, per la quale sceglierà uno dei quattro quesiti corrispondenti, rispettivamente, agli ambiti disciplinari Statistica, Statistica Economica, Demografia, Statistica Sociale.

Tema n. 1

Prima parte – Statistica di Base

Il candidato illustri il modello di regressione lineare multipla con particolare attenzione ai problemi di stima e di verifica di ipotesi.

Seconda parte

Statistica

Siano X_1, \dots, X_n , n variabili casuali indipendenti e identicamente distribuite, con funzione di densità: $f(x) = e^{-(\theta-x)} I_{(0, \infty)}(x)$, $\theta > 0$. Il candidato proponga due stimatori di θ , basati rispettivamente sul metodo della massima verosimiglianza e sul metodo dei momenti. Spieghi inoltre se uno dei due stimatori sia da ritenersi preferibile all'altro.

Statistica economica

Sia $\{X_t, t \in Z\}$, un processo stocastico autoregressivo di ordine 1:

$$X_t = \varphi X_{t-1} + \varepsilon_t,$$

con $|\varphi| < 1$, $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$, $\forall t \in Z$ e $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$, $\forall t \neq s$.

- i. Determinare la distribuzione di probabilità della variabile casuale X_t per un valore qualsiasi di t .
- ii. Determinare l'espressione dei coefficienti nella rappresentazione di $\{X_t, t \in Z\}$, come processo stocastico a media mobile di ordine infinito.
- iii. Supponendo di disporre di una serie di rilevazioni negli istanti $t = 1, 2, \dots, n$, e di conoscere i valori dei parametri del processo, determinare l'espressione degli errori di previsione di X_{t+h} , $h = 1, 2, 3$, e le loro distribuzioni di probabilità.

Statistica sociale

Molto spesso, informazioni da fonti amministrative o censuarie sono note su vari fenomeni di interesse relativi ad una popolazione.

Il candidato illustri, anche con esempi, le procedure e le tecniche statistiche più adeguate per tener conto di tali informazioni nella selezione di un campione probabilistico.

Demografia

Il candidato illustri le possibilità offerte dalla fonte anagrafica e da quella censuaria per lo studio delle strutture e della dinamica delle famiglie.

SCUOLA DI DOTTORATO DI RICERCA
SCIENZE STATISTICHE
Università degli Studi di Padova
Esame di ammissione al XXIII ciclo
Prova scritta (22/11/2007)

Il candidato svolga, con il dettaglio appropriato, sia la parte di base della traccia, Statistica di Base, sia la parte più specializzata della traccia, per la quale sceglierà uno dei quattro quesiti corrispondenti, rispettivamente, agli ambiti disciplinari Statistica, Statistica Economica, Demografia, Statistica Sociale.

Tema n. 2

Prima parte – Statistica di Base

Il candidato discuta brevemente il problema della previsione in ambito statistico ed illustri, a sua scelta, una classe di modelli utilizzabili a fini previsivi.

Seconda parte

Statistica

Siano X_1, \dots, X_n , n variabili casuali indipendenti e identicamente distribuite, con funzione di densità: $f(x) = \theta e^{-\theta x} I_{(0, \infty)}(x)$, $\theta > 0$. Il candidato

- i. determini l'espressione dello stimatore di massima verosimiglianza di θ ;
- ii. determini l'espressione dell'informazione osservata di Fisher;
- iii. discuta le proprietà asintotiche dello stimatore ottenuto nel punto i.;
- iv. determini l'espressione dello stimatore di $\psi = E(X_i)$, $i = 1, \dots, n$.

Statistica economica

Il candidato descriva le caratteristiche di un modello statistico adeguato per dati di acquisto relativi a prodotti di marche diverse, considerando anche il caso in cui queste possano essere suddivise in gruppi omogenei (per esempio, grandi marche internazionali e marche proprie di specifiche catene di distribuzione).

Statistica sociale

Tecniche statistiche per la riduzione delle variabili in analisi multivariate. Il candidato illustri la problematica generale con riferimento a possibili situazioni applicative.

Demografia

Il candidato illustri i fattori determinanti e i possibili scenari futuri dell'invecchiamento delle popolazioni europee.

SCUOLA DI DOTTORATO DI RICERCA
SCIENZE STATISTICHE
Università degli Studi di Padova
Esame di ammissione al XXIII ciclo
Prova scritta (22/11/2007)

Il candidato svolga, con il dettaglio appropriato, sia la parte di base della traccia, Statistica di Base, sia la parte più specializzata della traccia, per la quale sceglierà uno dei quattro quesiti corrispondenti, rispettivamente, agli ambiti disciplinari Statistica, Statistica Economica, Demografia, Statistica Sociale.

Tema n. 3

Prima parte – Statistica di Base

Il candidato discuta il problema della verifica di ipotesi statistiche, con particolare riferimento ai metodi basati sulla funzione di verosimiglianza.

Seconda parte

Statistica

Siano X_1, \dots, X_n , n variabili casuali indipendenti e identicamente distribuite, con funzione di densità: $f(x) = e^{-x/\theta} / \theta I_{(0,\infty)}(x)$, $\theta > 0$. Il candidato

- i. determini l'espressione dello stimatore di massima verosimiglianza di θ ;
- ii. determini l'espressione dell'informazione osservata di Fisher;
- iii. discuta le proprietà asintotiche dello stimatore ottenuto nel punto i.;
- iv. determini l'espressione dello stimatore di $\psi = 1 / \theta$.

Statistica Economica

Il candidato illustri i modelli statistici adeguati per l'analisi dell'evoluzione di un insieme di variabili macroeconomiche non stazionarie, quali, ad esempio, prodotto interno lordo, consumi e investimenti.

Statistica sociale

La distorsione da selezione è uno degli aspetti più problematici da considerare in una procedura di campionamento e che può invalidare le stime ottenute.

Il candidato descriva le principali situazioni che possono generare distorsione da selezione, inquadrando anche il problema nell'ambito degli errori di indagine.

Demografia

Il candidato illustri le fonti e i metodi per l'analisi del fenomeno dell'immigrazione straniera in Italia descrivendone anche le principali conseguenze demografiche.

PHD SCHOOL IN
STATISTICAL SCIENCES

University of Padova
Admission exam – XXIII cycle
Written test (2007, November 22)

One of the following 3 tests has been randomly selected.
Please complete Part I (Basic Statistics), as well as one of the specialised topics in Part II: Statistics, Statistics and Economics, Demography, Social Statistics.

Test n.1

Part I - Basic Statistics

Discuss the main features of linear regression model, focussing in particular on parameter estimation and hypothesis testing.

Part II

Statistics

Let X_1, \dots, X_n be n i.i.d random variables with probability density function: $f(x) = e^{(\theta-x)} I_{[\theta, \infty)}(x)$, $\theta > 0$. Provide the estimators of θ based respectively on maximum likelihood and the method of moments. Compare the two estimators and show which one should be considered the best.

Statistics and Economics

Consider a first order autoregressive process $\{X_t, t \in Z\}$, $X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t$, with $|\phi| < 1$, $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$, $\forall t \in Z$ and $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0, \forall t \neq s$.

- i. Derive the probability density function of the random variable X_t conditional on a fixed t .
- ii. Derive the coefficients of the representation of $\{X_t, t \in Z\}$, as a moving average process of infinite order.
- iii. Derive the forecasting errors $X_{t+h}, h=1,2,3$, and their probability density function conditional on X_t , $t=1,2,\dots,n$, assuming as known the coefficients of the data generating process.

Social Statistics

Information from administrative or census data are usually available on most population 's variables. Discuss, also by the means of examples, suitable procedures and techniques to use these information in designing probabilistic samples.

Demography

Discuss register and census sources for the study of households' structures and households' dynamics.

Test n.2

Part I - Basic Statistics

Discuss briefly the topic of prediction in the statistical context and illustrate, at your choice, a class of models suitable for predictive purposes

Part II

Statistics

Let X_1, \dots, X_n be n i.i.d. random variables with probability density function:

$$f(x) = \theta e^{-\theta x} I_{[0, \infty)}(x), \theta > 0.$$

- iv. Determine the expression of the maximum likelihood estimator of θ ;
- v. determine the expression of observed Fisher information;
- vi. discuss the asymptotic properties of the estimator obtained in i.;
- vii. determine the expression of the maximum likelihood estimator of $\psi = E(X_i), i = 1, \dots, n.$

Statistics and Economics

Statistical modelling of purchasing behaviour: discuss the case of a product available from different brands which can be clustered in homogenous groups (for instance, international brands and own labels).

Social Statistics

Present and discuss the main statistical multivariate techniques for variables reduction, focusing on general methodological issues as well as applications.

Demography

Discuss the main causes and future scenarios for the phenomenon of ageing in European populations.

Test n.3

Part I - Basic Statistics

Discuss the problem of statistical hypothesis testing, with particular emphasis on likelihood-based methods.

Part II

Statistics

Let X_1, \dots, X_n be n i.i.d. random variables with probability density function:
 $f(x) = e^{-x/\theta} / \theta I_{(0, \infty)}(x), \theta > 0.$

- i. Determine the expression of the maximum likelihood estimator of θ ;
- v. determine the expression of observed Fisher information;
- vi. discuss the asymptotic properties of the estimator obtained in i.;
- vii. determine the expression of the maximum likelihood estimator of $\psi = 1 / \theta$.

Statistics and Economics

Statistical modelling of a set of non-stationary variables, such as gross domestic product, consumption and investments.

Social Statistics

Selection bias is one of the main concerns in sampling procedure. Discuss possible ways in which selection bias can occur, considering the problem in the general framework of survey errors.

Demography

Illustrate data sources and methods for the study of foreign immigration to Italy, discussing the main demographic consequences of this phenomenon.